

DOI: <https://doi.org/10.15407/rpra30.03.183>  
УДК 319.61.126

**А.М. Лінкова, А.В. Дормідонтов**

Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України  
вул. Акад. Проскури, 12, м. Харків, 61085, Україна  
E-mail: [gannalinkova@gmail.com](mailto:gannalinkova@gmail.com)

## ДОСЛІДЖЕННЯ ДВОЧАСТОТНОГО МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗАННЯ ІНТЕГРАЛЬНОГО РІВНЯННЯ РОЗСІЯННЯ ДЛЯ РІЗНИХ РОБОЧИХ ДОВЖИН ХВИЛЬ

**Предмет і мета роботи.** Дистанційне зондування відіграє важливу роль у задачах моніторингу навколишнього середовища, зокрема, дозволяє розв'язати багато актуальних задач фізики атмосфери, безпеки польотів і сільського господарства. Метою цієї роботи є подальший розвиток запропонованого раніше методу розв'язання оберненої задачі двочастотного зондування опадів, а саме розв'язання інтегрального рівняння розсіяння за допомогою методів регуляризації для різних комбінацій робочих довжин хвиль.

**Методи та методологія.** Чисельне моделювання з використанням підходу до розв'язання інтегрального рівняння розсіяння на основі методів регуляризації при застосуванні двочастотного зондування для різних робочих довжин хвиль.

**Результати.** Проведено чисельне моделювання відновлення інтенсивності дощу в діапазоні до 30 мм/год для різних пар робочих довжин хвиль — 8.2 мм і 5.5 см, 8.2 мм і 10 см, 3.2 і 10 см, а також для різних помилок розрахунку питомої ефективної поверхні розсіяння (ЕПР). Встановлено найбільш оптимальні значення параметра регуляризації та вид апроксимації вільного члена інтегрального рівняння для кожної пари робочих довжин хвиль. Показано, що використання комбінації довжин хвиль 3.2 і 10 см не можливе в запропонованому підході для розв'язання оберненої задачі у зв'язку з великими помилками відновлення інтенсивності. Результати, отримані для довжин хвиль 8.2 мм/3.2 см, 8.2 мм/5.5 см і 8.2 мм/10 см, досить близькі один до одного, але пара довжин хвиль 8.2 мм/3.2 см забезпечує найменшу помилку відновлення серед розглянутих комбінацій робочих довжин хвиль, тому найбільш придатна для запропонованого методу.

**Висновки.** Отримані результати показують, що для інтенсивності більше 5 мм/год і помилки розрахунку питомої ЕПР  $\pm 20\%$  максимальна помилка відновлення інтенсивності дощу для пари 8.2 мм/5.5 см не більше 35 %, а для пари 8.2 мм/10 см — не перевищує 30 %. У свою чергу, величина максимальної помилки відновлення для пари 8.2 мм/3.2 см значно менша — не перевищує 20 % для інтенсивностей понад 5 мм/год.

**Ключові слова:** обернена задача, інтенсивність дощу, регуляризація.

### Вступ

Вимірювання кількості опадів за допомогою методів радіолокації використовується в усьому світі. Особливо це актуально в місцях, де утруднені наземні контактні вимірювання за допомогою

мережі півніографів. Широко застосовуються двочастотні методи дистанційного зондування [1–3], які, зокрема, розроблялися в рамках таких програм як Tropical Rainfall Measuring Mission (TRMM, до 2015 р.) [4, 5] і Global Precipitation Measurement (GPM) [3, 6–8]. Ці програми спря-

Цитування: Лінкова А.М., Дормідонтов А.В. Дослідження двочастотного методу розв'язання інтегрального рівняння розсіяння для різних робочих довжин хвиль. *Радіофізика і радіоастрономія*. 2025. Т. 30. № 3. С. 183–192. <https://doi.org/10.15407/rpra30.03.183>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2025



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>)

мовано на зондування опадів із супутників, що дозволяє проводити вимірювання практично в будь-якій точці планети. Однак в основному розроблені алгоритми засновано на використанні параметризації закону розподілу крапель за розмірами [1–3, 9, 10], що дозволяє суттєво спростити розв’язання оберненої задачі відновлення параметрів опадів і звести її до знаходження параметрів заданого розподілу крапель за розмірами. Такий підхід має деякі недоліки [11], у тому числі пов’язані з недостатньою кількістю вимірюваних величин для відновлення всіх параметрів розподілу. У зв’язку з цим у роботах [12–15] запропоновано метод, що не використовує параметризацію розподілу крапель за розмірами, а який засновано на розв’язанні інтегрального рівняння розсіяння [16, 17] методом регуляризації Тихонова [18]. Зокрема, у роботах [12, 13] описано розроблений алгоритм розв’язання такого рівняння, а також наведено результати чисельного моделювання двочастотного відновлення інтенсивності дощу. Також у роботах [14, 15] алгоритм розширено для відновлення просторового профілю інтенсивності, розглянуто вплив похибок вимірювання на помилку відновлення інтенсивності.

Запропонований у роботах [12–15] метод розв’язання інтегрального рівняння досліджено для робочих довжин хвиль 8.2 мм і 3.2 см. У свою чергу є доцільним провести аналогічні дослідження запропонованого методу для інших довжин хвиль, зокрема, у цій роботі розглянуто пари довжин хвиль 8.2 мм / 5.5 см, 8.2 мм / 10 см і 3.2 см / 10 см.

#### Параметри радара

| Параметр                                                      | Довжина хвилі, см |     |     |      |
|---------------------------------------------------------------|-------------------|-----|-----|------|
|                                                               | 0.82              | 3.2 | 5.5 | 10   |
| Потужність передавача, кВт                                    | 20                | 90  | 150 | 200  |
| Коефіцієнт підсилення антени, дБ                              | 60                | 45  | 42  | 36.5 |
| Ширина діаграми направленості по куту місця на рівні –3 дБ, ° | 0.2               | 0.7 | 1.1 | 2.0  |
| Ширина діаграми направленості по азимуту на рівні –3 дБ, °    | 0.2               | 0.7 | 1.1 | 2.0  |
| Роздільна дальність, м                                        | 75                | 75  | 75  | 75   |

## 1. Вибір діапазону зміни параметра регуляризації

Параметри для кожного частотного каналу радіолокатора, які використовуються для розрахунків, наведено у таблиці.

### 1.1. Робочі довжини хвиль 8.2 мм і 5.5 см

Для вибору оптимального параметра регуляризації було проведено розрахунки помилки відновлення інтенсивності  $\delta_I$  для значень параметра регуляризації  $\alpha_r$ , який змінювався в межах  $10^{-20} \dots 10^0$ . Розрахунки виконано для значень інтенсивності дощу 3, 10, 20 і 30 мм/год і для трьох функцій апроксимації вільного члена інтегрального рівняння — експоненціальної, степеневій та їхнього середнього [12, 13]. Отримані залежності помилки відновлення інтенсивності  $\delta_I$  від параметра регуляризації наведено на рис. 1.

Помилка відновлення інтенсивності дощу розраховувалася відповідно до виразу

$$\delta_I = \left| \frac{I_m - I_r}{I_m} \right| \cdot 100 \%,$$

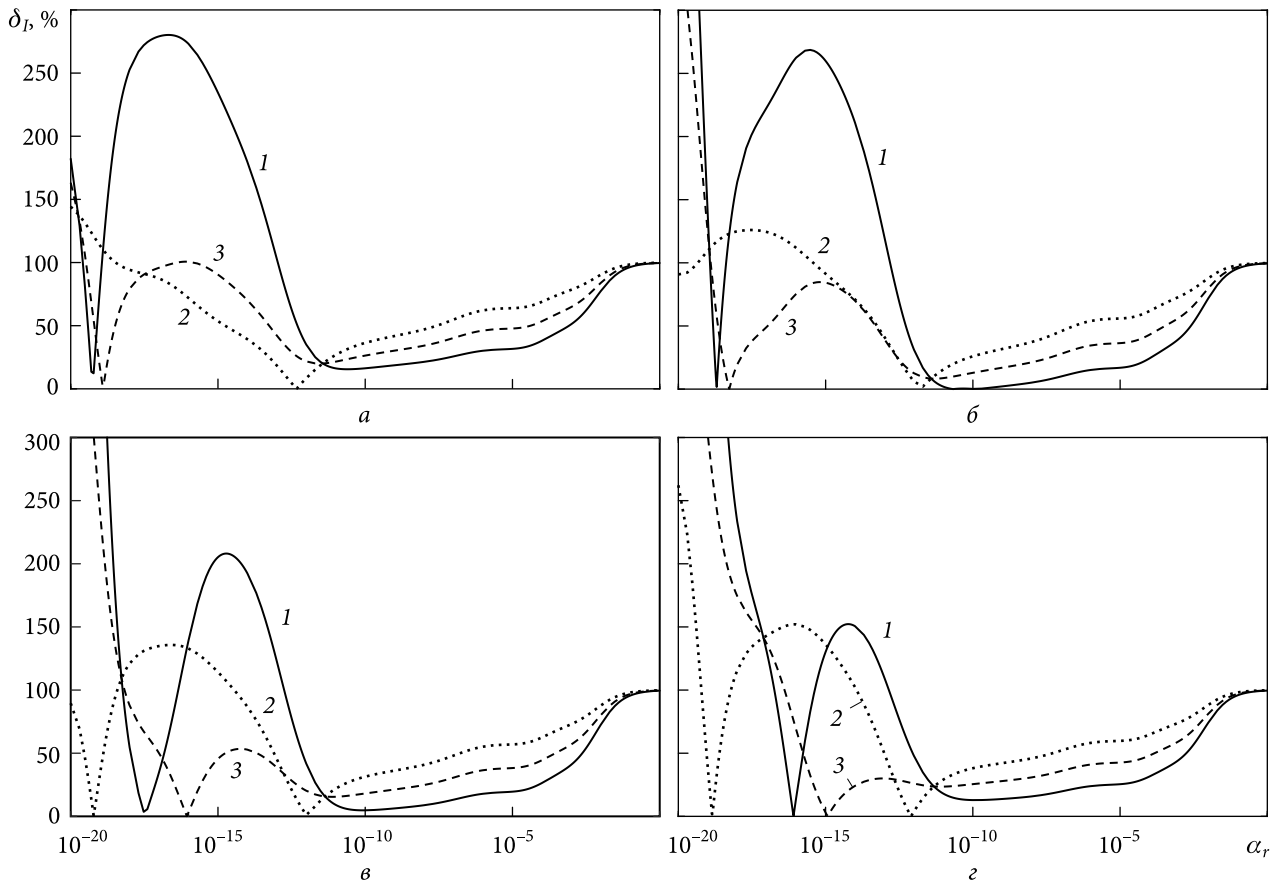
де  $I_m$  — задане значення інтенсивності;  $I_r$  — відновлене значення інтенсивності.

Отримані дані показують, що для кожного виду апроксимації можна виділити три мінімуми. Перший розташований між значеннями параметра регуляризації  $10^{-20}$  і  $10^{-15}$ . У разі збільшення інтенсивності ці мінімуми зміщуються ближче до значення  $10^{-15}$ . Другий розташований між значеннями параметра регуляризації  $10^{-15}$  і  $10^{-10}$ . Третя група мінімумів виражена дуже слабо й розташована в районі значення параметра регуляризації  $10^{-5}$ .

Помилка відновлення різко зростає поза першим мінімумом, особливо в бік значення параметра регуляризації  $10^{-20}$ .

У цілому, найменші помилки спостерігаються в діапазоні параметра регуляризації  $10^{-12} \dots 10^{-7}$  для всіх апроксимацій і всіх значень інтенсивності.

Також з метою спрощення завдання доцільно провести чисельне моделювання для фіксованого значення параметра регуляризації. Результати проведених досліджень показали, що мінімуми



**Рис. 1.** Залежність помилки відновлення інтенсивності від параметра регуляризації  $10^{-20} \dots 10^0$  для довжин хвиль 8.2 мм і 5.5 см та для інтенсивності 3 мм/год (а), 10 мм/год (б), 20 мм/год (в) і 30 мм/год (г): 1 — апроксимація експоненціальною функцією; 2 — степенною функцією; 3 — їхнім середнім

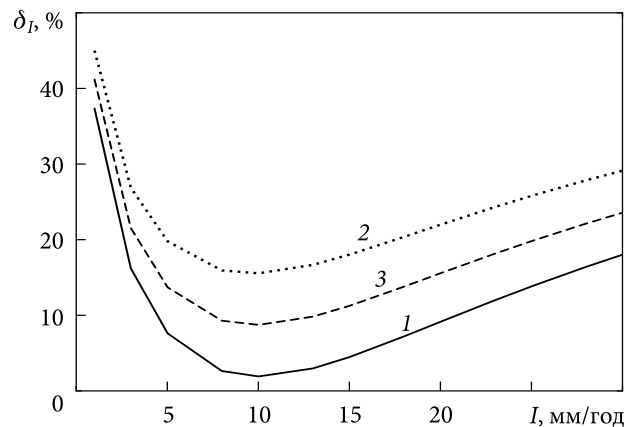
помилки відновлення характерні для значення параметра регуляризації  $10^{-11}$  в усьому діапазоні інтенсивностей (див. рис. 2).

Видно, що апроксимація експоненціальною функцією дає найкращі результати (помилка менше 15 % для інтенсивності більше 3 мм/год), а степенною функцією — найгірші (максимальна помилка не перевищує 30 % для інтенсивностей понад 5 мм/год). В області малих інтенсивностей (менше 5 мм/год) помилка сягає 50 %.

## 1.2. Робочі довжини хвиль 8.2 мм і 10 см

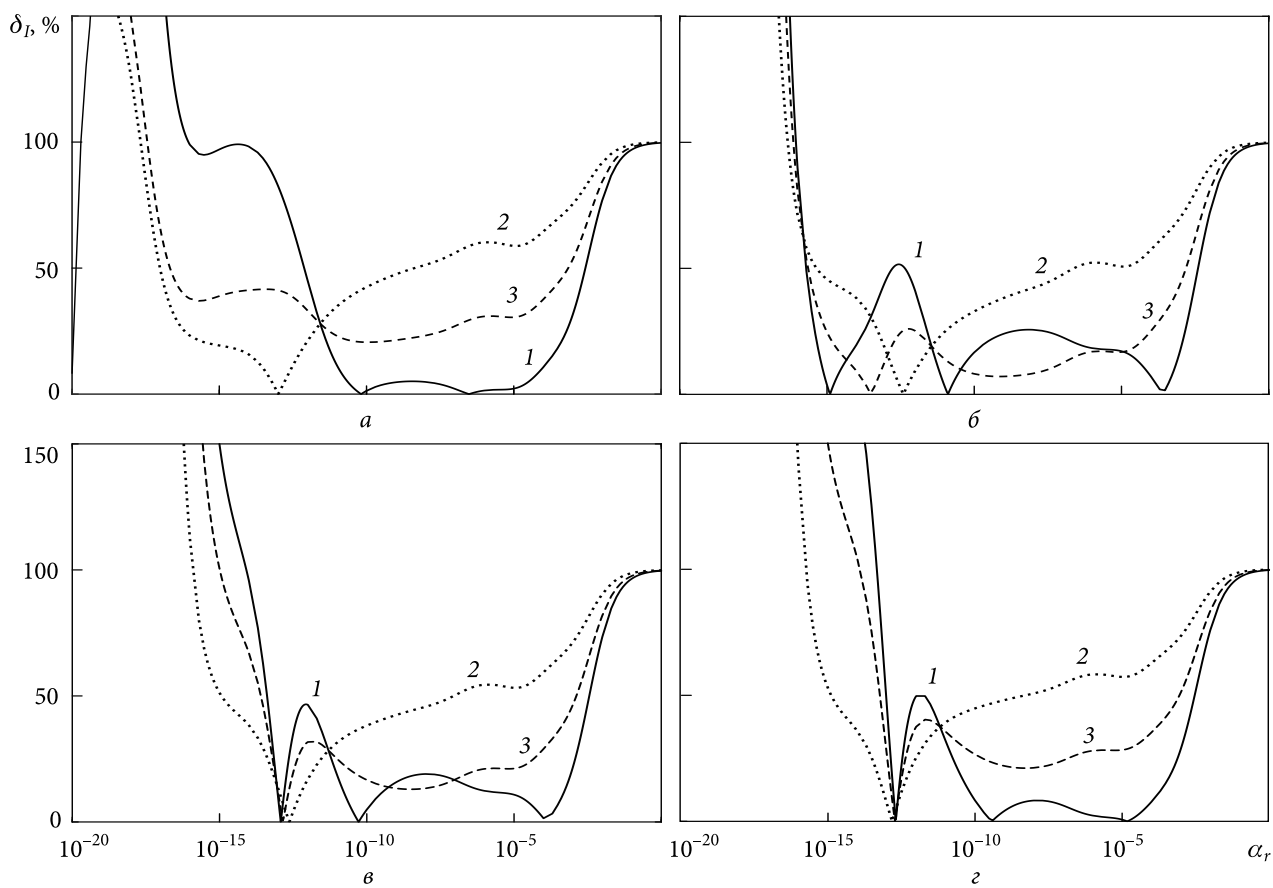
Аналогічні розрахунки було проведено й для робочих довжин хвиль 8.2 мм і 10 см. Отримані результати наведено на рис. 3.

Видно, що для параметра регуляризації більше  $10^{-5}$  помилка різко зростає та сягає 100 % для всіх типів апроксимації вільного члена. Також помилка різко зростає при параметрі регуля-

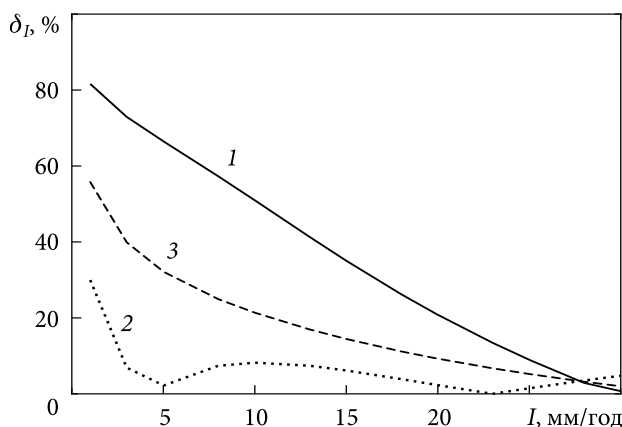


**Рис. 2.** Помилка відновлення інтенсивності для довжин хвиль 8.2 мм і 5.5 см для параметра регуляризації  $10^{-11}$ : 1 — апроксимація експоненціальною функцією; 2 — степенною функцією; 3 — їхнім середнім

ризації менше  $10^{-15}$  для інтенсивностей менше 10 мм/год (рис. 3, а, б). При збільшенні інтенсивності це значення зміщується в бік збільшення



**Рис. 3.** Залежність помилки відновлення інтенсивності від параметра регуляризації  $10^{-20} \dots 10^0$  для довжин хвиль 8.2 мм і 10 см та для інтенсивності 3 мм/год (а), 10 мм/год (б), 20 мм/год (в) і 30 мм/год (г): 1 — апроксимація експоненціальною функцією; 2 — степеневою функцією; 3 — їхнім середнім



**Рис. 4.** Помилка відновлення інтенсивності для довжин хвиль 8.2 мм і 10 см для параметра регуляризації  $2 \cdot 10^{-12}$ : 1 — апроксимація експоненціальною функцією; 2 — степеневою функцією; 3 — їхнім середнім

параметра регуляризації (рис. 3, в, г). Починаючи з 20 мм/год, різке збільшення помилки спостерігається для значень параметра регуляризації

менше  $10^{-13}$  (рис. 3, г). Водночас виділяються три мінімуми, які найбільш виражені для апроксимації експоненціальною функцією та найменш — для апроксимації степеневою функцією. Для інтенсивностей більше 20 мм/год спостерігається єдиний мінімум для всіх трьох типів апроксимацій, який відповідає значенню параметра регуляризації  $2 \cdot 10^{-12}$  (рис. 3, г).

У цілому, найменші помилки спостерігаються в діапазоні параметра регуляризації  $10^{-13} \dots 10^{-7}$  для всіх апроксимацій і всіх значень інтенсивності.

Подальші дослідження показали, що найкращі результати спостерігаються при фіксованому параметрі регуляризації  $2 \cdot 10^{-12}$ . Отримані результати показано на рис. 4.

Можна бачити, що апроксимація експоненціальною функцією дає найгірші результати, а степеневою функцією — найкращі. У випадку степеневої функції величина помилки суттєво нижча — мак-

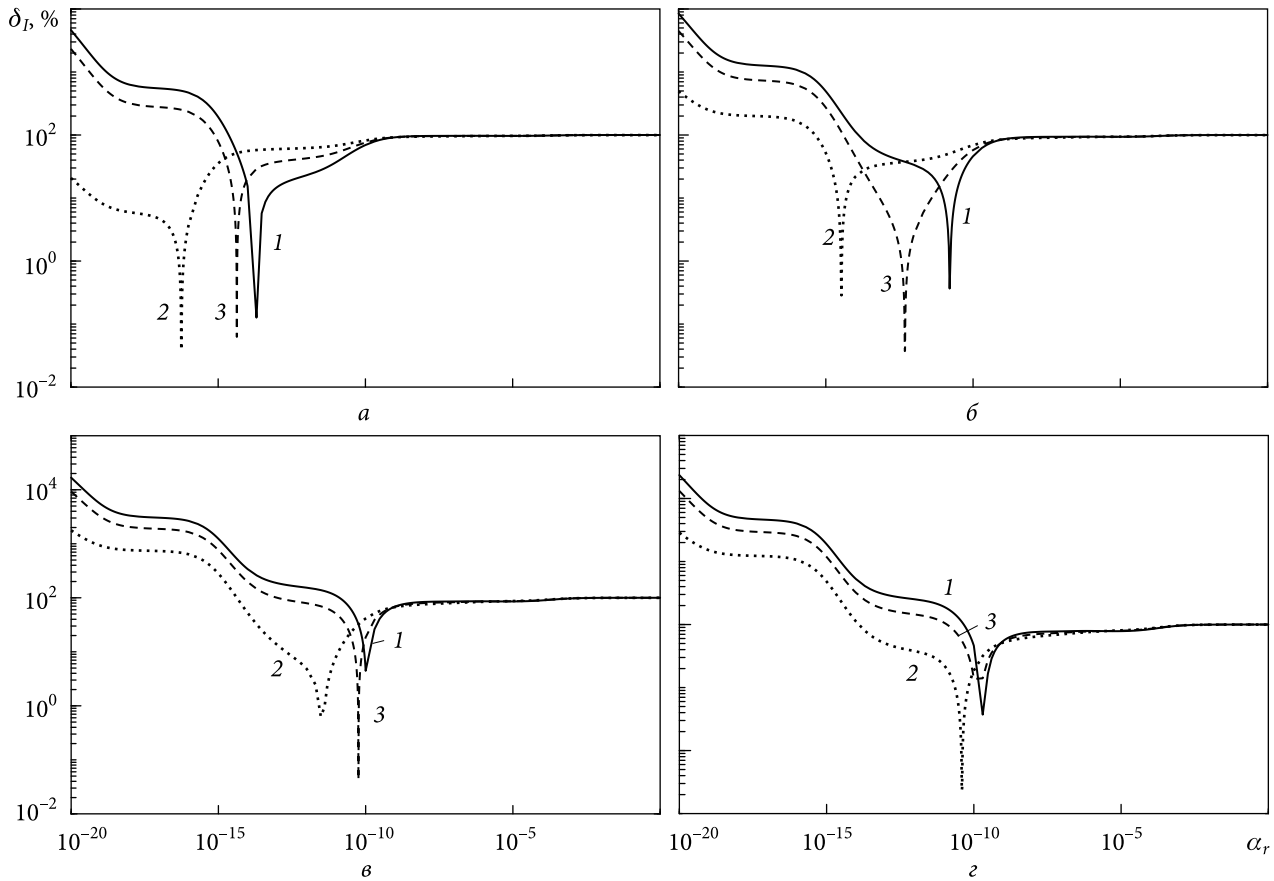


Рис. 5. Залежність помилки відновлення інтенсивності від параметра регуляризації  $10^{-20} \dots 10^0$  для довжин хвиль 3.2 і 10 см та інтенсивності 5 мм/год (а), 10 мм/год (б), 20 мм/год (в) і 30 мм/год (г): 1 — апроксимація експоненціальною функцією; 2 — степеневою функцією; 3 — їхнім середнім

симальна помилка не більше 10 % для інтенсивностей понад 5 мм/год.

### 1.3. Робочі довжини хвиль 3.2 і 10 см

Як і в попередніх випадках, для вибору оптимального діапазону зміни параметра регуляризації проведено чисельне моделювання для різних значень інтенсивності (до 30 мм/год) й отримано залежність помилки відновлення інтенсивності від параметра регуляризації (рис. 5), який змінювався в межах  $10^{-20} \dots 10^0$ .

Отримані дані показують, що для кожної апроксимації спостерігається мінімум, де помилка відновлення дорівнює 1...10 % і за межами якого помилка різко зростає до 100 % та більше. Для різних апроксимацій положення мінімумів відрізняються і при зростанні інтенсивності зміщуються в бік великих значень параметра регу-

ляризації (від  $10^{-15}$  для малих інтенсивностей і до  $10^{-10}$  для інтенсивностей більше 20 мм/год). З наведених результатів видно, що немає такого діапазону значень параметра регуляризації, для якого помилка відновлення набувала б прийнятних значень (нижче 50 %) одночасно для всіх значень інтенсивності.

Це означає неможливість використання комбінації довжин хвиль 3.2 і 10 см у запропонованому підході для розв'язання оберненої задачі відновлення інтенсивності дощу.

## 2. Вплив помилок розрахунку питомих ЕПР на результат відновлення інтенсивності дощу

### 2.1. Робочі довжини хвиль 8.2 мм і 5.5 см

Згідно з отриманими вище результатами, чисельне моделювання проводилося для фіксовано-

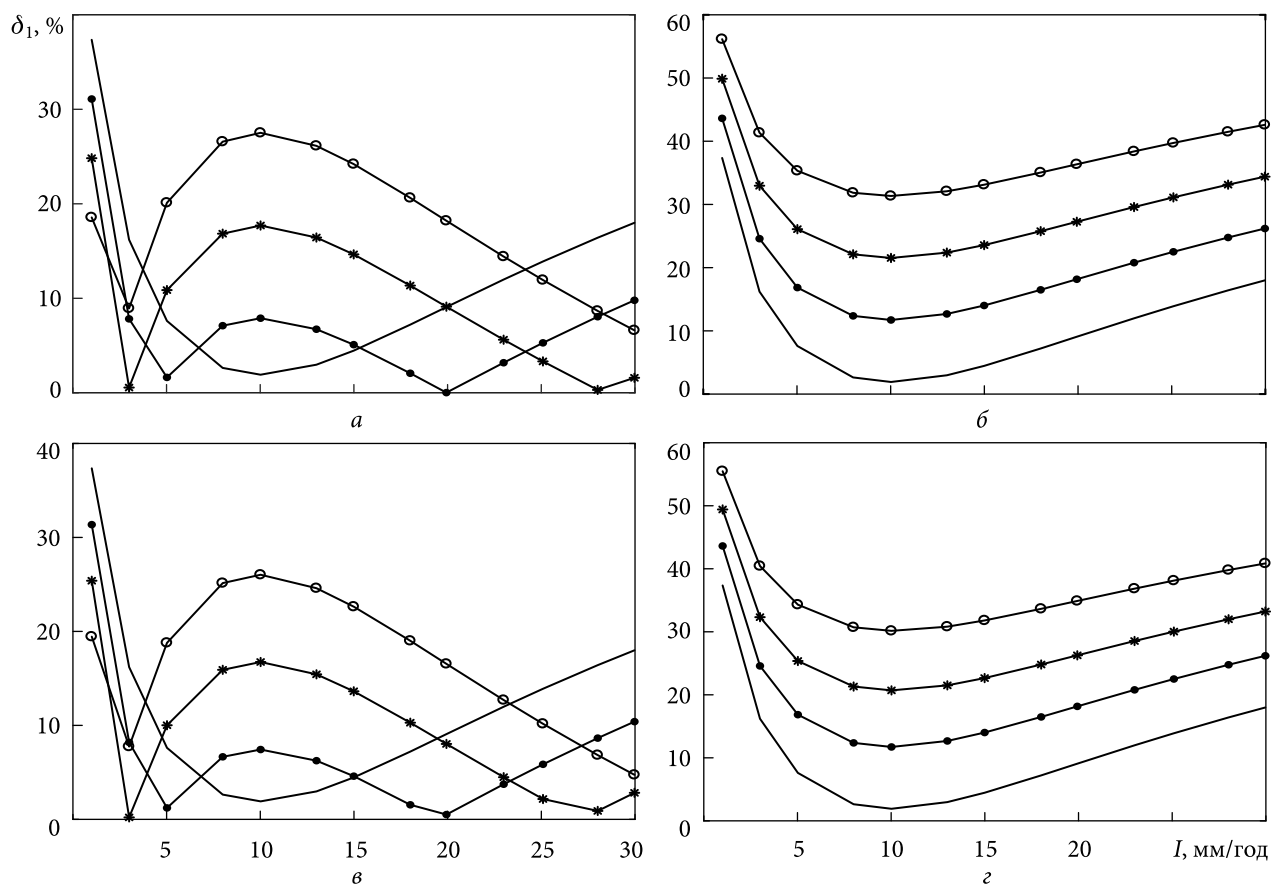


Рис. 6. Помилка відновлення інтенсивності для різних значень помилок розрахунку питомих ЕПР на довжинах хвиль 8.2 мм і 5.5 см: суцільні криві — немає помилок, точки — помилки 10 %, зірочки — 20 %, кружки — 30 %

го параметра регуляризації  $10^{-11}$  і для випадку апроксимації вільного члена експоненціальною функцією.

Отримані результати наведено на рис. 6, де показано залежності помилки відновлення інтенсивності для різних значень помилок розрахунку питомої ЕПР: рис. 6, а відповідає випадку, коли помилки розрахунку питомої ЕПР для двох довжин хвиль рівні та додатні; рис. 6, б — помилки розрахунку питомої ЕПР для двох довжин хвиль рівні та від'ємні; на рис. 6, в присутня лише помилка розрахунку питомої ЕПР для меншої довжини хвилі й вона додатна; рис. 6, г — присутня лише помилка розрахунку питомої ЕПР меншої довжини хвилі й вона від'ємна. Згідно з отриманими результатами, помилка розрахунку ЕПР меншої довжини хвилі більше впливає на помилку відновлення інтенсивності. Помилка обчислення питомої ЕПР на більшій довжині хвилі (5.5 см) незначно впливає на результат відновлення для дощів з інтенсивністю менше 15 мм/год.

Крім цього, додатна помилка розрахунку питомої ЕПР для меншої довжини хвилі дає максимум помилки відновлення в області 10 мм/год (не більше 20 % для помилки розрахунку питомої ЕПР +20 % (рис. 6, а, зірочки)). Разом з тим для від'ємних значень помилки розрахунку питомої ЕПР для меншої довжини хвилі спостерігаються максимальні помилки для інтенсивностей менше 5 мм/год (до 50 % для помилки розрахунку питомої ЕПР +20 % (рис. 6, б, зірочки)). Загалом наявність помилок питомих ЕПР на двох довжинах хвиль у розмірі  $\pm 20$  % дозволяє відновлювати інтенсивність дощу з помилкою не більше 35 % для інтенсивностей понад 3 мм/год.

## 2.2. Робочі довжини хвиль 8.2 мм і 10 см

Для визначення впливу помилок розрахунку питомих ЕПР на довжинах хвиль 8.2 мм і 10 см на результат відновлення інтенсивності дощу



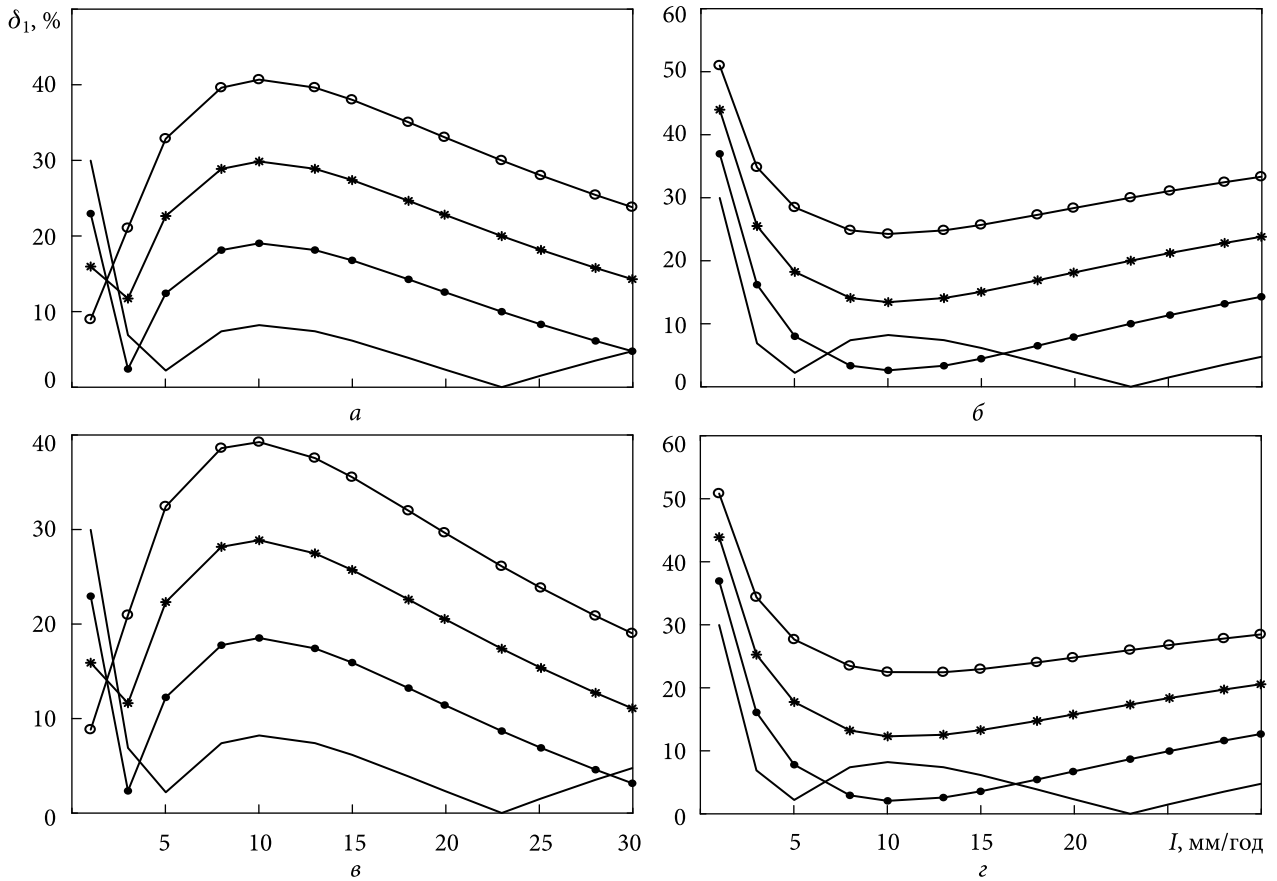


Рис. 7. Помилка відновлення інтенсивності для різних значень помилок розрахунку питомої ЕПР: суцільні криві — немає помилок, точки — помилки 10 %, зірочки — 20 %, кружки — 30 %

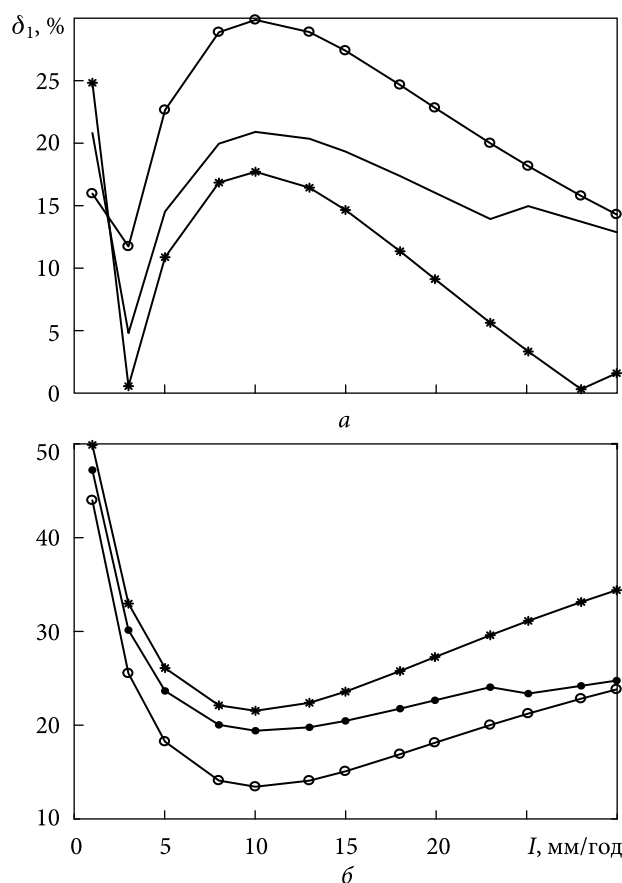
проведено чисельне моделювання для фіксованого параметра регуляризації  $2 \cdot 10^{-12}$  і для випадку апроксимації вільного члена степеневою функцією. На рис. 7 наведено залежність помилки відновлення інтенсивності для різних значень помилок розрахунку питомої ЕПР: рис. 7, а відповідає випадку, коли помилки розрахунку питомої ЕПР для двох довжин хвиль рівні та додатні; рис. 7, б — помилки розрахунку питомої ЕПР для двох довжин хвиль рівні та від'ємні; на рис. 7, в присутня лише помилка розрахунку питомої ЕПР для меншої довжини хвилі й вона додатна; рис. 7, г — присутня лише помилка розрахунку питомої ЕПР меншої довжини хвилі й вона від'ємна. Як і в попередньому випадку, помилка обчислення питомої ЕПР на більшій довжині хвилі (10 см) незначно впливає для дощів з інтенсивністю менше 15 мм/год, а для сильніших дощів цей вплив не більше 5 %.

Крім цього, додатна помилка розрахунку питомої ЕПР для меншої довжини хвилі дає мак-

симум помилки відновлення в області 10 мм/год (не більше 30 % для помилки розрахунку питомої ЕПР +20 % (рис. 7, а, зірочки)). Водночас для від'ємних значень помилки розрахунку питомої ЕПР для меншої довжини хвилі спостерігаються максимальні помилки для інтенсивностей менше 5 мм/год (до 45 % для помилки розрахунку питомої ЕПР +20 % (рис. 7, б, зірочки)). Загалом наявність помилок питомих ЕПР на двох довжинах хвиль у розмірі  $\pm 20$  % дозволяє відновлювати інтенсивність дощу з помилкою не більше 30 % для інтенсивностей понад 5 мм/год.

### 3. Порівняння отриманих результатів для різних пар довжин хвиль

Цікавим є порівняння наведених даних і результатів, які отримано в попередніх роботах для пари довжин хвиль 8.2 мм і 3.2 см [1, 2]. На рис. 8 показано помилки відновлення інтенсивності для



**Рис. 8.** Помилка відновлення інтенсивності для різних пар довжин хвиль і для помилок розрахунку питомих ЕПР  $\pm 20\%$ : точки — пара 8.2 мм/3.2 см, зірочки — пара 8.2 мм/5.5 см, кружки — пара 8.2 мм/10 см

пар довжин хвиль 8.2 мм/3.2 см, 8.2 мм/5.5 см і 8.2 мм/10 см для помилок розрахунку питомої ЕПР для меншої довжини хвилі  $+20\%$  (рис. 8, а) та  $20\%$  (рис. 8, б).

Видно, що в разі додатної помилки питомих ЕПР використання довжин хвиль 8.2 мм/10 см дає найменші помилки відновлення для інтенсивностей більше 5 мм/год (максимальна помилка менше  $20\%$ ), а пара 8.2 мм/5.5 см — найбільші (максимальна помилка менше  $30\%$ ). У разі від'ємної помилки питомих ЕПР результати змінюються навпаки — для довжин хвиль 8.2 мм/5.5 см по-

милка найбільша (максимальна помилка менше  $35\%$ ), а для довжин хвиль 8.2 мм/10 см помилка найменша (максимальна помилка менше  $25\%$ ). Разом з тим результати для пари довжин хвиль 8.2 мм/3.2 см знаходяться в прийнятних межах як для додатної, так і від'ємної помилки питомих ЕПР (максимальна помилка менше  $25\%$ ), що робить її найбільш придатною для використання в запропонованому підході розв'язання оберненої задачі.

Для інтенсивності менше 5 мм/год результати досить близькі для всіх пар довжин хвиль.

## Висновки

1. Проведено чисельне моделювання відновлення інтенсивності дощу шляхом розв'язання інтегрального рівняння розсіяння для різних пар робочих довжин хвиль радара — 8.2 мм/5.5 см, 8.2 мм/10 см і 3.2 см/10 см.

2. Показано неможливість використання комбінації довжин хвиль 3.2 і 10 см у запропонованому підході для розв'язання оберненої задачі відновлення інтенсивності дощу, оскільки не знайдено такого діапазону значень параметра регуляризації, у межах якого помилка відновлення приймала б прийнятні значення (нижче  $50\%$ ) одночасно для всіх значень інтенсивності.

3. Результати, отримані для довжин хвиль 8.2 мм/5.5 см і 8.2 мм/10 см, досить близькі один до одного. Так, для інтенсивності більше 5 мм/год і помилки розрахунку питомої ЕПР на двох довжинах хвиль у розмірі  $\pm 20\%$  помилка відновлення інтенсивності дощу для пари 8.2 мм/5.5 см не більше  $35\%$ , а для пари 8.2 мм/10 см — не перевищує  $30\%$ .

4. Однак величина максимальної помилки для пари 8.2 мм/3.2 см значно менша — не більше  $20\%$  для інтенсивностей понад 5 мм/год. Таким чином, пара довжин хвиль 8.2 мм/3.2 см найбільш придатна для запропонованого методу серед розглянутих вище комбінацій робочих довжин хвиль.

## БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Meneghini R., Liao L., Iguchi T. A Generalized Dual-Frequency Ratio (DFR) Approach for Rain Retrievals. *J. Atmos. Ocean. Technol.* 2022. Vol. 39, Iss. 9. P. 1309–1329. DOI: 10.1175/JTECH-D-22-0002.1
2. Wang Z., Kou L., Jiang Y., Mao Y., Chu Z., Chen A. Error Analysis and Modeling of GPM Dual-Frequency Precipitation Radar Near-Surface Rainfall Product. *J. Hydrometeorol.* 2022. Vol. 23, Iss. 2. P. 153–165. DOI: 10.1175/JHM-D-21-0173.1



3. Gao Y., Wu T., Wang J., Tang S. Evaluation of GPM Dual-Frequency Precipitation Radar (DPR) Rainfall Products Using the Rain Gauge Network over China. *J. Hydrometeorol.* 2021. Vol. 22, Iss. 3. P. 547–559. DOI: 10.1175/JHM-D-20-0156.1
4. He Z., Yang L., Tian F., Ni G., Hou A., Lu H. Intercomparisons of Rainfall Estimates from TRMM and GPM Multisatellite Products over the Upper Mekong River Basin. *J. Hydrometeorol.* 2017. Vol. 18, Iss. 2. P. 413–430. DOI: 10.1175/JHM-D-16-0198.1
5. Wang Y., Zhang J., Chang P.-L., Cao Q. Radar Vertical Profile of Reflectivity Correction with TRMM Observations Using a Neural Network Approach. *J. Hydrometeorol.* 2015. Vol. 16, Iss. 5. P. 2230–2247. DOI: 10.1175/JHM-D-14-0136.1
6. Skofronick-Jackson G., Petersen W., Berg W., Kidd C., Stocker E., Kirschbaum D., Kakar R., Braun S., Huffman G., Iguchi T., Kirstetter P., Kummerow C., Meneghini R., Oki R., Olson W., Takayabu Y., Furukawa K., and Wilheit T. The Global Precipitation Measurement (GPM) Mission for Science and Society. *Bull. Am. Meteorol. Soc.* 2017. Vol. 98, Iss. 8. P. 1679–1695. DOI: 10.1175/BAMS-D-15-00306.1
7. Petracca M., D'adderio L.P., Porcù F., Vulpiani G., Sebastianelli S., Puca S. Validation of GPM Dual-Frequency Precipitation Radar (DPR) Rainfall Products over Italy. *J. Hydrometeorol.* 2018. Vol. 19, Iss. 5. P. 907–925. DOI: 10.1175/JHM-D-17-0144.1
8. Hou A.Y., Jackson G.S., Kummerow C., Shepherd C.M. Global Precipitation Measurement. *Precipitation: Advances in Measurement, Estimation, and Prediction*. S. Mihalidas Ed. Berlin: Springer-Verlag, 2008. P. 131–169.
9. Iguchi T., Haddad Z. Introduction to radar rain retrieval methods. V. Levizzani, C. Kidd, D.B. Kirschbaum, C.D. Kummerow, K. Nakamura, F.J. Turk (Eds.) *Satellite Precipitation Measurement*. Chapter 10. Springer, 2020. P. 169–182.
10. Liao L., Meneghini R. Physical Evaluation of GPM DPR Single- and Dual-Wavelength Algorithms. *J. Atmos. Ocean. Technol.* 2019. Vol. 36, Iss. 5. P. 883–902. DOI: 10.1175/JTECH-D-18-0210.1
11. Liao L., Meneghini R., Tokay A. Uncertainties of GPM DPR rain estimates caused by DSD parameterizations. *J. Appl. Meteor. Climatol.* 2014. Vol. 53. P. 2524–2537. DOI: 10.1175/JAMC-D-14-0003.1
12. Linkova A., Schuenemann K., Dormidontov A. Double frequency retrieval of rain intensity using solution of the integral equation of scattering. *Proc. of 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week* (21–25 Sept., 2020. Kharkiv). Kharkiv, Ukraine, 2020. P. 958–963. DOI: 10.1109/UkrMW49653.2020.9252620
13. Лінкова А.М. Вплив помилки розрахунку питомої ефективної поверхні розсіяння на результат відновлення інтенсивності дощу за допомогою двочастотного зондування. *Радіофізика та електроніка*. 2021. Т. 26, № 2. С. 16–22. DOI: 10.15407/rej2021.02.016
14. Лінкова А.М. Урахування ослаблення сигналів при відновленні інтенсивності дощу за допомогою двочастотного зондування. *Радіофізика та електроніка*. 2021. Т. 26, № 3. С. 3–10. DOI: 10.15407/rej2021.03.003
15. Лінкова А.М. Відновлення неоднорідного профілю інтенсивності дощу шляхом розв'язання інтегрального рівняння розсіяння при застосуванні двочастотного зондування. *Радіофізика і радіоастрономія*. 2024. Т. 29, № 3. С. 214–221. DOI: 10.15407/rpra29.03.214
16. Colton D.L., and Kress R. *Integral equation methods in scattering theory*. New York: Wiley Publ., 1983.
17. Lavrent'ev M.M., Romanov V.G., Shishatskii S.P. *Ill-posed Problems of Mathematical Physics and Analysis*. Translations of Mathematical Monographs (V. 64). American Mathematical Soc. Publ., 1986, 290 p.
18. Tikhonov A.N., Arsenin V.Y., 1977. *Solutions of ill-posed problems*. Washington: V.H. Winston & Sons Publ., 1977. 272 p.

Стаття надійшла 22.05.2025

## REFERENCES

1. Meneghini, R., Liao, L., Iguchi, T., 2022. A Generalized Dual-Frequency Ratio (DFR) Approach for Rain Retrievals. *J. Atmos. Ocean. Technol.*, **39**(9), pp. 1309–1329. DOI: 10.1175/JTECH-D-22-0002.1
2. Wang, Z., Kou, L., Jiang, Y., Mao, Y., Chu, Z., and Chen, A., 2022. Error Analysis and Modeling of GPM Dual-Frequency Precipitation Radar Near-Surface Rainfall Product. *J. Hydrometeorol.*, **23**(2), pp. 153–165. DOI: 10.1175/JHM-D-21-0173.1
3. Gao, Y., Wu, T., Wang, J., Tang, S., 2021. Evaluation of GPM Dual-Frequency Precipitation Radar (DPR) Rainfall Products Using the Rain Gauge Network over China. *J. Hydrometeorol.*, **22**(3), pp. 547–559. DOI: 10.1175/JHM-D-20-0156.1
4. He, Z., Yang, L., Tian, F., Ni, G., Hou, A., Lu, H., 2017. Intercomparisons of Rainfall Estimates from TRMM and GPM Multisatellite Products over the Upper Mekong River Basin. *J. Hydrometeorol.*, **18**(2), pp. 413–430. DOI: 10.1175/JHM-D-16-0198.1
5. Wang, Y., Zhang, J., Chang, P.-L., Cao, Q., 2015. Radar Vertical Profile of Reflectivity Correction with TRMM Observations Using a Neural Network Approach. *J. Hydrometeorol.*, **16**(5), pp. 2230–2247. DOI: 10.1175/JHM-D-14-0136.1
6. Skofronick-Jackson, G., Petersen, W., Berg, W., Kidd, C., Stocker, E., Kirschbaum, D., Kakar, R., Braun, S., Huffman, G., Iguchi, T., Kirstetter, P., Kummerow, C., Meneghini, R., Oki, R., Olson, W., Takayabu, Y., Furukawa, K., and Wilheit, T., 2017. The Global Precipitation Measurement (GPM) Mission for Science and Society. *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, **98**(8), pp. 1679–1695. DOI: 10.1175/BAMS-D-15-00306.1
7. Petracca, M., D'adderio, L.P., Porcù, F., Vulpiani, G., Sebastianelli, S., Puca, S., 2018. Validation of GPM Dual-Frequency Precipitation Radar (DPR) Rainfall Products over Italy. *J. Hydrometeorol.*, **19**(5), pp. 907–925. DOI: 10.1175/JHM-D-17-0144.1

8. Hou, A.Y., Skofronick-Jackson, G., Kummerow, C.D., Shepherd, J.M., 2008. Global precipitation measurement. In: Michaelides, S. ed., 2008. *Precipitation: Advances in Measurement, Estimation and Prediction*. Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 131–169. DOI: 10.1007/978-3-540-77655-0\_6
9. Iguchi, T., Haddad, Z., 2020. Introduction to radar rain retrieval methods. In: V. Levizzani, C. Kidd, D.B. Kirschbaum, C.D. Kummerow, K. Nakamura, F.J. Turk (Eds.), 2020. *Satellite Precipitation Measurement*. Chapter 10. Springer, pp. 169–182.
10. Liao, L., Meneghini, R., 2019. Physical Evaluation of GPM DPR Single- and Dual-Wavelength Algorithms. *J. Atmos. Ocean. Technol.*, **36**(5), pp. 883–902. DOI: 10.1175/JTECH-D-18-0210.1
11. Liao, L., Meneghini, R., Tokay, A., 2014. Uncertainties of GPM DPR rain estimates caused by DSD parameterizations. *J. Appl. Meteor. Climatol.*, **53**, pp. 2524–2537. DOI: <https://doi.org/10.1175/JAMC-D-14-0003.1>
12. Linkova, A., Schuenemann, K., Dormidontov, A., 2020. Double frequency retrieval of rain intensity using solution of the integral equation of scattering. In: *2020 IEEE Ukrainian Microwave Week Proceedings*. Kharkiv, Ukraine, 21–25 Sept. 2020, pp. 958–963. DOI: 10.1109/UkrMW49653.2020.9252620
13. Linkova, A.M., 2021. Influence of the measurement error of the received power on the retrieval of rain intensity by the solution of the integral equation of scattering at double frequency sensing. *Radiofiz. Elektron.*, **26**(2), pp. 16–22 (in Ukrainian). DOI: 10.15407/rej2021.02.016
14. Linkova, A.M., 2021. Taking into account the signal attenuation for retrieval of rain intensity by double-frequency sensing. *Radiofiz. Elektron.*, **26**(3), pp. 3–10 (in Ukrainian). DOI: 10.15407/rej2021.03.003
15. Linkova, A.M., 2024. Retrieval of a non-uniform profile of rain intensity by solving the integral scattering equation for dual-frequency sensing case study. *Radio Phys. Radio Astron.* **29**(3), pp. 214–221 (in Ukrainian). DOI: 10.15407/rpra29.03.214
16. Colton, D.L., and Kress, R., 1983. *Integral equation methods in scattering theory*. New York: Wiley Publ.
17. Lavrent'ev, M.M., Romanov, V.G., Shishatskii, S.P., 1986. *Ill-posed Problems of Mathematical Physics and Analysis*. Translations of Mathematical Monographs (V. 64). American Mathematical Soc. Publ.
18. Tikhonov, A.N., Arsenin, V.Y., 1977. *Solutions of ill-posed problems*. Washington: V.H. Winston & Sons Publ.

Received 22.05.2025

A.M. Linkova, A.V. Dormidontov

O.Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics of the NAS of Ukraine

12, Acad. Proskury St., Kharkiv, 61085, Ukraine

# A STUDY OF DUAL-FREQUENCY METHOD FOR SOLVING THE INTEGRAL SCATTERING EQUATION AT VARIOUS OPERATING WAVELENGTHS

**Subject and Purpose.** Remote sensing plays a key role in environmental monitoring. It effectively addresses urgent issues in atmospheric physics and socio-economic activities, such as flight safety and agriculture. In this work, the previously proposed method for solving the inverse problem of dual-frequency sensing in rainfall measurements is further developed, providing a sharper focus on the integral scattering equation solution using regularization techniques as applied to various combinations of operating wavelengths.

**Methods and Methodology.** Numerical simulations are conducted for dual-frequency sensing at different operating wavelengths, wherein the integral scattering equation is solved using regularization techniques.

**Results.** The numerical simulation of rain intensity retrieval in the range of up to 30 mm/h was carried out as applied to different operating wavelength pairs, 8.2 mm/3.2 cm, 8.2 mm/5.5 cm, 8.2 mm/10 cm, and 3.2 mm/10 cm, and considering various calculation errors present in the specific radar cross-section (RCS). Based on the numerical modeling, the most optimal regularization parameter value was determined, and the type of approximation for the free term of the integral equation was selected for each operating wavelength pair. It has been established that the proposed solution approach to the inverse problem of interest is not suitable for the wavelength pair 3.2 mm/10 cm due to excessive errors in rain intensity retrieval. The results for the pairs 8.2 mm/3.2 cm, 8.2 mm/5.5 cm, and 8.2 mm/10 cm are quite similar. However, the 8.2 mm/3.2 cm wavelength pair is distinguished for the smallest retrieval error and therefore best aligns with the proposed approach.

**Conclusions.** The obtained results evidence that the maximum relative error in rain intensity retrieval does not exceed 35% for the pair 8.2 mm/5.5 cm and 30% for the pair 8.2 mm/10 cm provided that the rain intensity is higher than 5 mm/h and a relative error in the specific RCS calculation is within  $\pm 20\%$  for both wavelengths. For the same rain intensity over 5 mm/h, the maximum relative error in rain intensity retrieval for the pair 8.2 mm/3.2 cm does not exceed 20%.

**Keywords:** inverse problem, rain intensity, regularization.